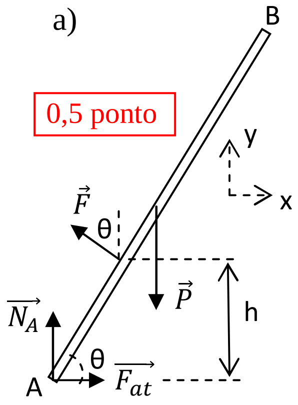
Questão 1

a)



b) P = 300 N
AB = 9,00 m
h = 2,70 m
θ = 60⁰

$$\overrightarrow{\tau_A} = 0 \quad \to F.\frac{h}{\sin\theta} - P\frac{AB}{2}\cos\theta = 0$$

F = 217 N 1,0 ponto

c)

$$\overrightarrow{R_x} = 0 \to F_{at} - F\sin\theta = 0 \quad \to \quad F_{at} = 188 \text{ N}$$

$$\overrightarrow{R_y} = 0 \to N_A + F\cos\theta - P = 0 \to N_A = 192 \text{ N}$$

$$F_{at} = \mu_E . N_A \to \mu_E = 0{,}979$$

1,0 ponto

NOME____

MATRÍCULA__________________________TURMA______________PROF._________________________

QUESTÃO 2

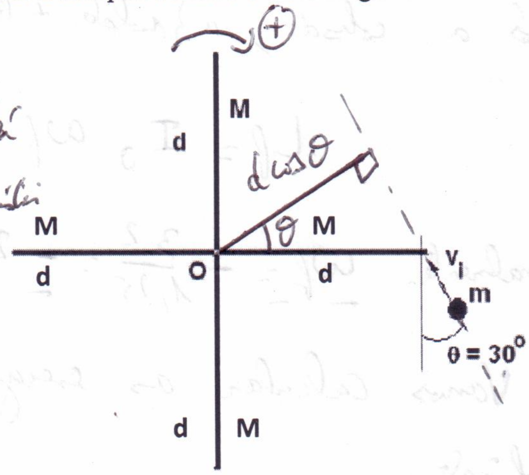
Na vista de cima, quatro hastes finas e uniformes, cada uma com massa M=3,0 kg e comprimento d=0,50 m, estão rigidamente conectadas a um eixo em O formando uma roleta (ver figura). A roleta gira livremente em sentido horário em torno do eixo em O, o qual está preso ao piso, com velocidade angular 2,0 rad/s. Uma bola de argila de massa m=M/3 e velocidade linear v_i=12 m/s é lançada ao longo da trajetória mostrada na figura e se gruda na extremidade de uma das hastes. Lembrete: $I_{cm}(haste) = (ML^2)/12$

(a) [0,6] Os momentos linear e angular, e a energia cinética do sistema {roleta + bola} antes e após a colisão se conservam? Justifique a resposta.

(b) [0,4] Calcule a inércia rotacional do sistema {roleta + bola} em torno do eixo de rotação em O após a colisão.

(c) [1,0] Qual é a velocidade angular do sistema {roleta + bola} após a colisão? Para qual sentido o sistema gira?

(d) [0,5] Qual é a variação de energia cinética na colisão?



(a) Como o eixo de rotação da roleta está preso ao piso, durante a colisão vão surgir forças externas (que mantém o eixo fixo). Portanto o momento linear não é conservado.

Estas forças externas não realizam torque externo em relação ao eixo de rotação, portanto o momento angular total é conservado.

A bola de argila gruda na roleta, assim temos colisão completamente inelástica e E_c não se conserva.

b) $I_O = I_O(\text{roleta}) + I_O(\text{bola})$

A roleta é formada por quatro hastes mas pode ser vista também como 2 hastes de comprimento 2d e massa 2M. Assim:

$I_O(\text{roleta}) = 2 \times I_{cm}(\text{hastes de comprimento } 2d) = 2 \times \frac{2M(2d)^2}{12} = \frac{1}{3} M = 1\ kg\ m^2$

$I_O(\text{bola}) = m d^2 = \frac{M}{3} \times \frac{1}{4} = 0,25\ kg\ m^2$

$I_O = 1,25\ kg\ m^2$

4

c) Vimos no item a que o momento angular total do sistema {roleta + bola} se conserva.

$$L_i = L_f$$

Tendo que $L_i = I_0(\text{roleta})\,\omega_i - m\, v_i \cos\theta\, d$

$$= 1 \times 2 - 1 \times 12 \times \frac{\sqrt{3}}{2} \times \frac{1}{2} = -3{,}2 \text{ kg m}^2\text{s}^{-2}$$

Após a colisão, a {roleta + bola} gira em torno do eixo de rotação.

$$L_f = I_0\, \omega_f = 1{,}25\, \omega_f$$

Finalmente $\omega_f = -\frac{3{,}2}{1{,}25} = -2{,}6$ rad/s, sentido anti-horário

d) Vamos calcular as energias cinéticas do sistema antes e depois da colisão.

$$E_c(i) = \frac{1}{2} I_0(\text{roleta})\,\omega_i^2 + \frac{1}{2} m\, v_i^2 = 2 + 72 = 74 \text{ J}$$

$$E_c(f) = \frac{1}{2} I_0\, \omega_f^2 = \frac{1}{2} \times 1{,}25 \times (2{,}6)^2 = 4{,}2 \text{ J}$$

$\Delta E_c \sim -70$ J

GABARITO 3ª questão

(a) de acordo com o gráfico observamos que o pêndulo realiza 3 oscilações completas em 4 segundos.

0,5 Logo $T = 4/3 = 1,333\ s$

$$\Rightarrow \omega = \frac{2\pi}{T} = \frac{2\pi}{4/3} = \frac{3\pi}{2}\ rad/s$$

(b) $\theta(t) = \theta_M \cos(\omega t + \phi)$

1,0 $= 0,07 \cos\left(\frac{3\pi}{2} t \pm \pi\right)$ rad

0,3 0,3 0,4

(c) A eq. dinâmica p/o corpo rígido é dada por

0,5 $\sum \tau = I\ddot{\theta}$ (em torno do eixo que passa em O)

$\tau^{peso} = I\ddot{\theta}$

$-hMg\,\text{sen}\,\theta = I\ddot{\theta}$

Mas, como $\theta \ll 1$, ou seja $\text{sen}\,\theta \approx \theta$

$$-hMg\theta = I\ddot{\theta}$$

$$\ddot{\theta} + \underbrace{\frac{hMg}{I}}_{\omega^2}\theta = 0 \quad \text{eq do MHS}$$

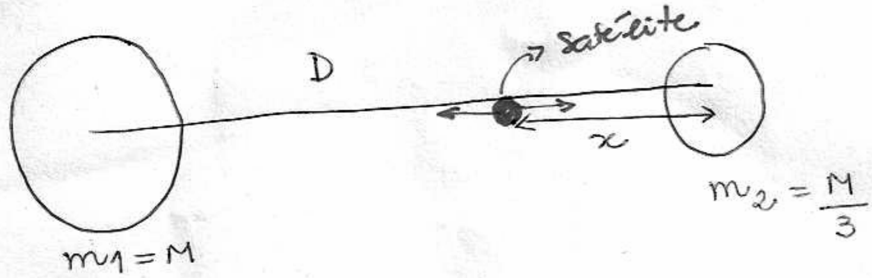
$$\omega^2 = \frac{hMg}{I} \rightarrow I = \frac{hMg}{\omega^2} = \frac{0,83 \cdot 5,0 \cdot 9,8}{9\pi^2/4} = 1,83\ Kg\,m^2$$

(d) Para o pêndulo simples $I = Mh^2 \rightarrow \omega^2 = \frac{hMg}{Mh^2} = \frac{g}{h}$

0,5 $\rightarrow h = g/\omega^2 = \frac{9,8}{9\pi^2/4} = 0,44\,m$

4ª Questão

A)



satélite $\rightarrow m_3 = m$

$r_{13} = (D - x)$ $\qquad r_{23} = x$

$\vec{F}_{Res_{3}} = 0$

$\vec{F}_{13} + \vec{F}_{23} = 0$

$|\vec{F}_{13}| = |\vec{F}_{23}|$

$$\frac{\cancel{G} m_1 \cancel{m}}{(D-x)^2} = \frac{\cancel{G} m_2 \cancel{m}}{x^2}$$

$$\frac{m_1}{(D-x)^2} = \frac{m_2}{x^2}$$

$$\frac{\cancel{M}}{(D-x)^2} = \frac{\cancel{M}}{3x^2}$$

$$3x^2 = (D-x)^2$$

$$\sqrt{3}\,x = D - x$$

$$D - x = \sqrt{3}\,x$$

$$D = x + \sqrt{3}\,x$$

$$\boxed{D = (1 + \sqrt{3})\,x}$$

b) Calcule a energia potencial gravitacional do sistema (dois planetas + satélite) nesta configuração.

$U_{1S} \Leftrightarrow$ Planeta 1 + satélite

$U_{2S} \Leftrightarrow$ Planeta 2 + satélite

$U_{12} \Leftrightarrow$ Planeta 1 + Planeta 2

$$U(r) = U_{1S}(r) + U_{2S}(r) + U_{12}(r)$$

$$U(r) = -\frac{G m_1 m}{r_{1S}} - \frac{G m_2 m}{r_{2S}} - \frac{G m_1 m_2}{r_{12}}$$

$$r_{1S} = D - x = (1+\sqrt{3})x - x = \sqrt{3}\, x$$

$$r_{2S} = x$$

$$r_{12} = D = (1+\sqrt{3})x$$

$m_1 = M$ $\quad m$ = massa do satélite

$m_2 = \frac{M}{3}$

$$U(r) = -G\left[\frac{Mm}{\sqrt{3}\,x} + \frac{Mm}{3x} + \frac{M^2}{3(1+\sqrt{3})x}\right]$$

$$U(r) = -G\left[\frac{\sqrt{3}\,Mm}{3x} + \frac{Mm}{3x} + \frac{M^2}{3(1+\sqrt{3})x}\right]$$

$$U(r) = -G\left[\frac{(1+\sqrt{3})Mm}{3x} + \frac{M^2}{3(1+\sqrt{3})x}\right]$$

$$U(r) = -\frac{G}{3x}\left[(1+\sqrt{3})Mm + \frac{M^2}{(1+\sqrt{3})}\right]$$